

## 问题列表

- 1、 讨论不同的 algebra 有什么意义，我们从一般 algebra，到 sigma - algebra 再到 Borel set，虽然清楚了这些定义，但是它们对于我们讨论衍生品的内容有什么意义。比如在 binomial model 的讨论中您提到

$F_1 = \{\text{空集}, \text{全集}, \{UDD, UDU, UUU, UUD\}, \{DUU, DDD, DDU, DUD\}\}$

$F_2 = \{\text{空集}, \text{全集}, \{UDD, UDU, UUU, UUD\}, \{DUU, DDD, DDU, DUD\},$

$\{DUD, DUU\}, \{DDU, DDD\}, \{UUD, UUU\}, \{UDU, UDD\}\}$

然后这样有一个 filtration of algebra， 这样的定义和讨论有什么作用？

- 2、 我们在第一次作业（讨论最小方差对冲比率与最佳合同数量）中您提到的  $\sigma_s$  是股票价格的标准差，但是书上告知的是股票价格变动的标准差，当时我指出这个问题您让我思考这两个是不是有区别。我现在的想法是这样的：

因为从我们后面对于股票价格假设来看的话，股票价格本身是有漂移率的，在这样的情况下讨论股票价格本身的方差或者标准差是没有意义的，因为它本身有一个 trend，所以书上在一般情况下用的是股票价格变动的标准差。

但是我们后来又讲到，实际上股票价格波动的绝对值是与当时的股票价格有关的，我们假设的  $dS$  漂移率是  $uS$ ,  $u$  是收益率，所以讨论股票价格变动的绝对幅度的方差与标准差也有一些问题，这就是为什么后来书上提出了尾随对冲的概念，用  $S\sigma_s$ ，其中  $S$  是股价，而  $\sigma_s$  是股票价格变动百分比的方差。这样的假设是最合适的。

不知道我这样的理解对不对？

- 3、 在讨论远期价格与现价关系的时候对于提供固定已知收益率的公式  $F = S \cdot \text{EXP}[(r-q)T]$ 。我对于这个有一点疑惑，假如  $F < S \cdot \text{EXP}[(r-q)T]$ ，这个时候是远期价格太低，应该卖空资产，进行投资，进入远期长头寸，这样的话到期投资收益总计  $S \cdot \text{EXP}(rT)$ ，以  $F$  购进资产进行归还，同时期间要像借入资产方提供收益率  $S \cdot \text{EXP}(qT)$ ，为什么等式不是  $F = S \cdot (\text{EXP}(rT) - \text{EXP}(qT))$ ？
- 4、 在对于带股息的股票的美式期权的 call - put inequality 书上只给出了  $S - K - D \leq C - P \leq S - K \cdot \text{EXP}(-rT)$ 。是不是可以写为  $S - K - D \leq C - P \leq S - K \cdot \text{EXP}(-rT) - D$ ？

对于右边部分，可以考虑以下组合：

A . 一个看涨期权，D 现金， $K \cdot \text{EXP}(-rT)$  的现金

B . 一个看跌期权，一份股票

对于 A，在 t 时刻它的价值是  $\max(S_t - K, 0) + D \cdot \text{EXP}(rt) + K \cdot \text{EXP}(-r(T-t)) = \max(S_t + K (\text{EXP}(-r(T-t)) - 1), K \cdot \text{EXP}(-r(T-t)) + D \cdot \text{EXP}(rt)$

对于 B，在 t 时刻它的价值是  $\max(S_t, K) + D \cdot \text{EXP}(rt)$ ，因为股票也会分发股利，所以

$\max(S_t + K (\text{EXP}(-r(T-t)) - 1), K \cdot \text{EXP}(-r(T-t))) < \max(S_t, K)$

所以  $C + D + K \cdot \text{EXP}(-rT) < P + S$

$\rightarrow C - P < S - D - K \cdot \text{EXP}(-rT)$

5、在推导伊藤引理的过程中，用泰勒展开以及带入以后，实际得到的是

$$dG = \left( \frac{\partial G}{\partial x} a + \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 G}{\partial x^2} b^2 \varepsilon^2 \right) dt + \frac{\partial G}{\partial x} b dz$$

其中  $\varepsilon \sim N(0, 1)$ ，然后在书上有一个说明它有一个 loss of randomness 的过程，然后直接写成了 1，对于这一步没有理解。